

**O USO DO SOFTWARE EDUCACIONAL TRACKER COMO APOIO AO ENSINO E APRENDIZAGEM DO MOVIMENTO VERTICAL DE MASSAS PONTUAIS NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO.**

**PROF.MSc FRANCISCO RAFAEL DUARTE MACIEL**





# SUMÁRIO

ESTUDO DOS MOVIMENTOS.....	3
CONCEITOS BÁSICOS SOBRE MOVIMENTO .....	3
VELOCIDADE MÉDIA.....	6
<b>Velocidade instantânea</b> .....	7
MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO .....	7
<b>Aceleração</b> .....	7
<b>Aceleração constante</b> .....	9
<b>Equações do movimento uniformemente variado</b> .....	11
MOVIMENTO VERTICAL.....	13
<b>Aceleração gravitacional</b> .....	13
<b>Lançamento vertical</b> .....	15
<b>Queda livre</b> .....	16
<b>Equações do movimento vertical</b> .....	17
METODOLOGIA E AVALIAÇÃO .....	19
APRESENTAÇÃO .....	19
DESCRIÇÃO DAS AULAS.....	20
PROVA 1 _____ .....	39
PROVA 2 _____ .....	41
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	44



# ESTUDO DOS MOVIMENTOS

---

O capítulo apresentado a seguir traz um estudo referente, ao movimento vertical, que é um caso particular de movimento uniformemente variado, fazendo parte do estudo da cinemática. Será exposto desde os conceitos mais básicos necessários para estudos da cinemática, até as equações necessárias para o entendimento do movimento vertical.

Este capítulo utiliza como base bibliográfica as obras de Barreto e Xavier, (2013); Bonjorno, et al (2013); Halliday, Resnick e Walker (2006); e (Yamamoto e Fuke (2010).

## CONCEITOS BÁSICOS SOBRE MOVIMENTO

A seguir define-se alguns conceitos que se fazem necessários para o entendimento da cinemática no estudo dos movimentos

- **Móvel ou Corpo:** quando se estuda a cinemática observa-se o que está se deslocando de um ponto a outro, ou simplesmente que está se movimentando, como um carro que percorre uma rodovia, uma partícula que se desloca ao longo de um eixo, ou até mesmo um simples movimento de uma pessoa que caminha pela rua. Nesses casos estuda-se o carro, a partícula ou a pessoa andando pela rua. Então móvel ou corpo, é o nosso objeto de estudo no movimento, é ele que observamos quando estamos analisando determinado fenômeno físico que contenha movimento, e podemos tratá-lo de duas maneiras, como um **ponto material** ou **corpo extenso**. Nós consideramos um móvel como um ponto material, quando suas dimensões são desprezíveis em relação ao referencial que estamos observando, como, por exemplo, um automóvel que se move ao longo de uma rodovia em que suas dimensões são muito pequenas em relação ao comprimento da rodovia, ou uma partícula que se move em alta velocidade, e até mesmo uma maçã que cai do alto de uma

árvore. Consideramos um objeto como corpo extenso, quando suas dimensões são tão grandes que não podemos despreza-las, por exemplo: um ônibus que atravessa uma ponte.

- **Referencial:** para entender esse conceito devemos sempre lembrar, que para determinar se o corpo está em movimento é necessário determinar sua posição em relação a outros que o cerca, ou seja estabelecer um referencial. Imagine a seguinte situação: um homem que está sentado na poltrona de um ônibus em trânsito, acena para uma mulher sentada na estação rodoviária, se considerarmos o homem no ônibus que acena, em relação a mulher sentada na rodoviária, podemos dizer que ele está em movimento pois sua posição varia em relação a mulher conforme o ônibus se desloca, mas se levarmos em consideração o homem acenando em relação ao motorista do ônibus, então podemos dizer que ele está parado pois sua posição em relação ao motorista permanece inalterada ao longo do tempo.

- **Trajatória:** quando se estuda o movimento de um corpo ele terá um deslocamento de um ponto a outro. Para isso, ele percorrerá um caminho, que poderá ser uma reta que ligue os dois pontos, ou um caminho sinuoso, como, por exemplo, um carro que viaja numa estrada em uma região montanhosa. Define-se trajetória de um corpo em movimento, como a linha geométrica que liga todas as posições pela qual ele passa, podendo ser curvilínea ou retilínea, dependendo sempre do referencial em que se encontra o observador.

- **Posição e Deslocamento:** no estudo do movimento de um ponto material, ou corpo extenso, observamos sua posição sobre a trajetória, ao qual ele está se movimentando, no caso de uma rodovia podemos ver marcações ao longo de sua margem que indica sua posição naquele ponto, determinado a partir de uma origem 0 que seria o início da rodovia com uma contagem crescente com início nessa origem. No caso de um objeto que se desloca em movimento vertical, medimos sua posição considerando sua altura

a partir da superfície terrestre (usa-se este sistema de referência em relação a superfície terrestre, por facilidade ou comodidade, mas não necessariamente. O referencial é de livre escolha de quem está fazendo o estudo). Quando o ponto material vai de uma posição a outra, dizemos que ele teve um deslocamento, e representa-se esse deslocamento, ou espaço percorrido, algebricamente pela expressão (1).

$$\Delta S = S - S_0, \quad (1)$$

Onde  $\Delta S$  é o deslocamento,  $S$  a posição final e  $S_0$  a posição inicial do movimento, ou de onde estaria começando nossa análise. O deslocamento pode assumir valores negativos, isso ocorre quando o movimento se inicia em ponto afastado da origem, e se desloca para outro ponto mais próximo da origem, ou seja, os valores de sua posição decrescem com o tempo. Sendo a posição inicial  $S_0$  maior que a posição final  $S$ , o deslocamento  $\Delta S$  será menor que zero. Quando isso ocorre chama-se de **movimento retrogrado**. Quando os valores da posição aumenta com o tempo,  $\Delta S$  é maior que zero. Isso ocorre quando o sentido do movimento tem o mesmo sentido da trajetória, caracterizando um **movimento progressivo**.

No sistema internacional (SI) medimos posição e deslocamento em metros (m), mas também temos outras unidades que são bastante usadas, como o quilometro, por exemplo.

- **Intervalo de Tempo**, quando o objeto de estudo realiza um deslocamento, indo de uma posição a outra, ele leva um determinado tempo para percorrer uma determinada distância. Esse intervalo de tempo é dado algebricamente pela equação (2).

$$\Delta t = t - t_0, \quad (2)$$

Onde  $\Delta t$  é o intervalo de tempo,  $t$  é instante final, e  $t_0$  é o instante inicial, quando se inicia a contagem do tempo, que pode ser cronometrada ou obtida por meio do horário local. No sistema internacional medimos tempo em segundos (s), também existem outras unidades de medida de tempo, como

minutos, horas, dias, semanas, meses, etc.

- **Direção:** primeiramente define-se direção como sendo um conjunto de retas paralelas, horizontal e vertical. Quando se olha o objeto movimentando-se somente na horizontal, ele pode assumir infinitas direções, como por exemplo norte sul, leste oeste, e etc. na vertical o objeto pode assumir somente uma direção. O objeto pode assumir direção ao qual se movimenta, sobre os dois eixos, tanto na horizontal, como na vertical. Mas a direção é definida como uma reta sobre qual se movimenta o objeto de estudo.

- **Sentido:** deve-se tomar cuidado, pois os alunos podem facilmente confundir facilmente sentido com direção. Quando um objeto se movimenta sobre um trajeto, deve-se adotar uma orientação para seu sentido, em uma direção o objeto pode assumir dois sentidos. A grosso modo diz-se de onde o objeto está saindo, e para onde ele está indo em sua direção.

## VELOCIDADE MÉDIA

Percorrendo as ruas de uma cidade, ou até mesmo uma rodovia, um motorista não conseguirá manter a sua velocidade constante (sem mudar) o tempo todo. De qualquer forma, qualquer que tenha sido o deslocamento, houve um intervalo de tempo despendido para cumpri-lo. Assim: **velocidade escalar média** ou simplesmente **velocidade média ( $V_m$ )** é a razão entre o deslocamento realizado por um móvel e o tempo necessário para realiza-lo, conforme equação (3).

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0} \quad (3)$$

No sistema internacional SI a velocidade é dada por metro por segundo ( $m/s$ ), outra unidade muito usada para velocidade é o quilometro por hora ( $km/h$ ).



## Velocidade instantânea

Quando estamos andado em um automóvel, é importante salientar que a velocidade que o velocímetro mostra no painel, não é a velocidade média, mesmo porque nenhum veículo já inicia seu percurso com velocidade constante. O que o velocímetro mostra é a velocidade aferida naquele momento, chamada de **velocidade escalar instantânea** ( $v$ ), que nada mais é que a velocidade escalar média tomada em um intervalo de tempo muito pequeno, quase igual a zero  $\Delta t \rightarrow 0$ , isto é, com  $\Delta t$  tendendo a zero.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

Pela equação temos que a velocidade instantânea ( $v$ ) é taxa na qual a posição do móvel está variando com o tempo num dado instante, ou seja, ( $v$ ) é a derivada da posição  $S$  em relação ao tempo  $t$ .

## MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Todos nós sabemos que um automóvel não trafega pelas ruas com velocidade constante, ora ele se desloca com velocidade mais alta, por vezes com velocidade menor, e em alguns momentos pode até ficar em repouso, quando, por exemplo, está parado num semáforo. A característica do movimento uniformemente variado se dá pela velocidade que varia com o tempo de modo uniforme.

Chamamos de **movimentos variados** aqueles que ocorrem com variações de velocidade.

## Aceleração

Quando a velocidade de uma partícula varia, diz-se que a partícula sofre **aceleração** (ou está acelerada) para movimentos ao longo de um único

eixo, a **aceleração média**:  $a_{méd}$ , em intervalo de tempo  $\Delta t$ , é dada pela equação (4):

$$a_{méd} = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (4)$$

Onde a partícula tem velocidade inicial  $v_0$  no instante inicial  $t_0$  e velocidade final  $v$  no instante final  $t$ .

Se a velocidade inicial  $v_0$  for menor que a velocidade final  $v$ , então a aceleração assume valores maior que zero (positivos) e se posiciona no mesmo sentido do movimento, chama-se isso de **movimento acelerado**, e os valores algébricos da velocidade aumentam com o tempo. Mas se a velocidade inicial  $v_0$  for maior que a velocidade final  $v$ , então a aceleração terá valores menores que zero (negativos) e se posicionara no sentido contrário ao movimento, fazendo com que a velocidade diminua com o tempo, então diz-se que isso é um **movimento retardado**, falando em termos comum, é como se você estivesse em um veículo que estivesse freando, diminuindo sua velocidade.

Do mesmo jeito que ocorre com a velocidade, que não conseguimos manter constante em determinadas situações, também não há como manter a aceleração sempre constante ao longo de um movimento. Como um carro em uma rodovia, que parte do repouso, acelera bruscamente até atingir certa velocidade, e depois a forma com que sua velocidade varia, diminui. Para saber a aceleração de um objeto em um determinado instante, sem levar em conta a aceleração média em todo o movimento, deve-se tomar a variação da velocidade, em um intervalo de tempo muito pequeno,  $\Delta t \rightarrow 0$ , tendendo a zero. Isso seria a aceleração instantânea.

A **aceleração instantânea** (ou simplesmente **aceleração**) é a derivada da velocidade em relação ao tempo como indica a equação (5):

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

Em palavras queremos dizer que a aceleração de uma partícula em

qualquer instante é a taxa na qual sua velocidade está mudando naquele instante. Podemos combinar a equação 5 com a equação que já conhecemos da velocidade instantânea  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$  para escrever a equação (6).

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dS}{dt} \right) = \frac{d^2 S}{dt^2} \quad (6)$$

Assim, a aceleração de uma partícula em qualquer instante é dada pela derivada segunda de sua posição  $S(t)$  em relação ao tempo.

Uma unidade de aceleração utilizada no Sistema Internacional (SI) é o metro por segundo ao quadrado. Essa unidade, da forma como se escreve dificulta um pouco o entendimento por parte dos alunos sendo mais fácil compreendê-la quando escrita da forma [(metro/s)/s], ou seja, metros por segundo, por segundo.  $m/(s.s)$  ou  $m/s^2$ . Podemos encontrar outras unidades em problemas, mas elas serão sempre da forma de distância/(tempo.temp) ou distância/tempo<sup>2</sup>.

## Aceleração constante

Em alguns tipos de movimento a aceleração é constante ou aproximadamente constante. Por exemplo, você pode acelerar um carro a uma taxa aproximadamente constante quando a luz de um semáforo muda de vermelho para o verde, neste caso os gráficos de sua posição, velocidade e aceleração se assemelham aos das figuras 2, 3 e 4 abaixo.

Figura 1 - Gráfico da posição em relação ao tempo

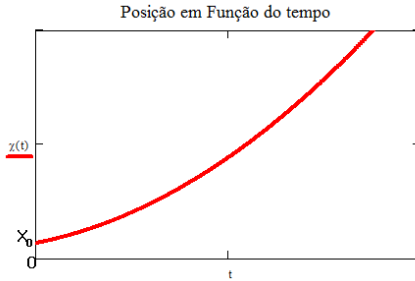


Figura 2 - Gráfico da velocidade em função do tempo

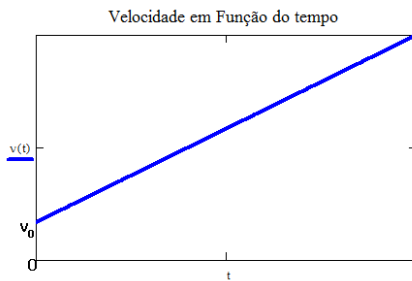
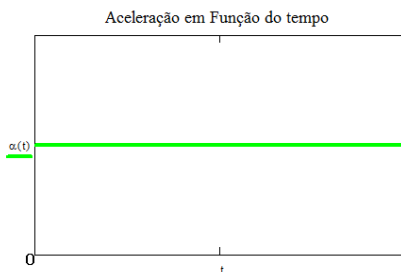


Figura 3 - Aceleração em função do tempo



Fonte: “<http://senosecossenos.com.br/basico/fisica/02-movimento-retilineo-uniformemente-variado-mruv/>”

Note que  $a(t)$  sendo constante com o passar do tempo, implica que o

gráfico de  $v(t)$  (Figura 3) seja uma reta inclinada cuja tangente poderá ser positiva ou negativa a depender do sinal da aceleração (no gráfico mencionado tem-se uma aceleração positiva). Mais tarde quando você freia até parar, aceleração (ou desaceleração em linguagem comum) pode também ser aproximadamente constante.

## Equações do movimento uniformemente variado.

Tais casos são tão comuns para a física escolar do ensino médio, em situações ideais, que foi deduzido um conjunto especial de equações para lidar com eles. Apresentaremos a seguir uma maneira de se obter essas equações, mas lembre-se essas soluções são válidas somente para acelerações constantes (ou em situações onde você pode aproximar a aceleração como constante)

Quando a aceleração é constante, a aceleração média e aceleração instantânea são iguais. Assim, escreve-se a Eq. 4, com algumas mudanças na notação, da seguinte forma:

$$a = a_{\text{méd}} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

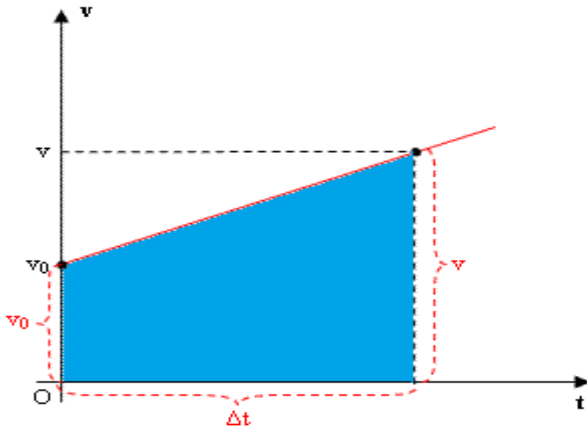
Aqui  $v_0$  é a velocidade inicial no tempo inicial  $t_0 = 0$  e  $v$  é a velocidade em qualquer instante posterior  $t$ . Assim temos:

$$v = v_0 + at \quad (7)$$

Chamamos essa equação de equação horária da velocidade para o movimento uniformemente variado.

Também é possível escrever uma equação para determinar a posição do móvel em cada instante durante seu movimento, levando-se em consideração o gráfico da velocidade em função do tempo (Figura 3).

Figura 3.1 – Gráfico  $V_{xt}$ , onde o trapézio em azul tem sua área numericamente igual ao deslocamento do móvel naquele intervalo de tempo considerado



A área em azul (Figura 3.1) formada abaixo da reta é um trapézio, e isso nos permite calcular o deslocamento do móvel, uma vez que representa o deslocamento  $\Delta S$  do móvel, como a área de um trapézio é dada por:

$$\text{Área do trapézio} = \frac{(b+B)h}{2}$$

Sendo que  $b = v_0$ ,  $B = v$  e  $h = \Delta t$ , considerando  $t_0 = 0$ , então:

$$\Delta S = S - S_0 = \frac{v_0 + v}{2} t$$

Lembrado que  $v = v_0 + a \cdot t$ , substituindo na expressão acima temos;

$$\Delta S = S - S_0 = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t = \frac{2v_0 t + at^2}{2} = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Escrevendo tudo isso em função da posição, fica equação (8):

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (8)$$

Tem-se então o que chamamos de equação horária das posições, que é uma função quadrática (expressa por um polinômio de 2º grau)

Há ainda uma terceira equação desenvolvida pela físico e matemático

que lhe deu o nome, o italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), muito utilizada quando se quer evitar o uso do tempo nos cálculos.

Podemos escrever uma equação simplificada deixando o tempo de fora a partir da equação (7) e elevando os dois lados ao quadrado, temos:

$$v^2 = (v_0 + at)^2$$

Lembrado que o segundo termo passa a ser um produto notável, sendo assim, a equação (7) passa a ser (7.1)

$$v^2 = v_0^2 + 2v_0at + a^2t^2 \quad (7.1)$$

Pega-se a equação (8) e a reescreve-se da seguinte forma  $\Delta S = v_0t + \frac{at^2}{2}$  e depois a multiplica-se por  $2a$ , dessa forma tem-se a equação (8.1):

$$2a\Delta S = 2av_0t + \frac{2aat^2}{2} = 2av_0t + a^2t^2 \quad (8.1)$$

Agora substituindo a equação (8.1) na equação (7.1) encontra-se a equação (9):

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \quad (9)$$

Que conhecemos como equação de Torricelli, para uso no movimento uniformemente variado quando não se tem, ou se quer evitar uso de tempo.

## MOVIMENTO VERTICAL

Agora vamos ver como se comporta os objetos em movimento vertical, seja lançado para cima, ou que caiam de certa altura, todos eles próximos a superfície terrestre. Lembrando que o movimento vertical nada mais é que um movimento uniformemente variado, mas com sua direção na vertical.

## Aceleração gravitacional

Todos os corpos estão sujeitos a uma força atrativa, que conhecemos como força gravitacional, ou **gravidade** ( $g$ ), que age a uma certa distância. Nossos corpos e os objetos sobre a superfície da terra sofrem ação da

gravidade terrestre, que nos puxa para o centro da Terra a todo instante, caso contrário poderíamos estar vagando à deriva pelo espaço. A força gravitacional na terra varia de acordo com latitude, altura e outros fatores, que não fará parte desse estudo agora. A gravidade terrestre age como aceleração ou **aceleração gravitacional** ( $g$ ) nos objetos próximos a sua superfície, então é ela que faz com que os objetos ganhem velocidade quando estão caindo e diminuir sua velocidade quando são lançadas para cima. Isso ocorre porque a gravidade está sempre agindo com seu sentido voltado para o centro da terra. Vejamos, como exemplo, alguns valores para gravidade (Tabela 1) em alguns locais da terra.

Tabela 1 – Gravidade local em diferentes locais da terra

<b>Valores aproximados da aceleração da gravidade</b>	
<b>Local</b>	<b>valor (<math>m/s^2</math>)</b>
Instituto de Pesquisas Tecnológicas, São Paulo	9,79
Observatório Nacional, Rio de Janeiro	9,79
Departamento de Física da Universidade Federal de Minas Gerais	9,78
Chuí, Rio Grande do Sul	9,8
Valor médio sobre a linha do equador	9,78
Valor médio nos polos	9,83
Cume do monte Everest (8.000 m de altitude em relação ao mar)	9,76

De modo geral quanto maior for a altitude menor será a gravidade, no entanto para o movimento vertical como se trata de eventos de curta duração, e pequenas variações de espaço, consideramos a aceleração gravitacional como sendo uma constante com valor  $9,8m/s^2$ , que é uma medida importante aferida em um local no nível do mar e latitude de  $45^\circ$ . Esse valor é denominado



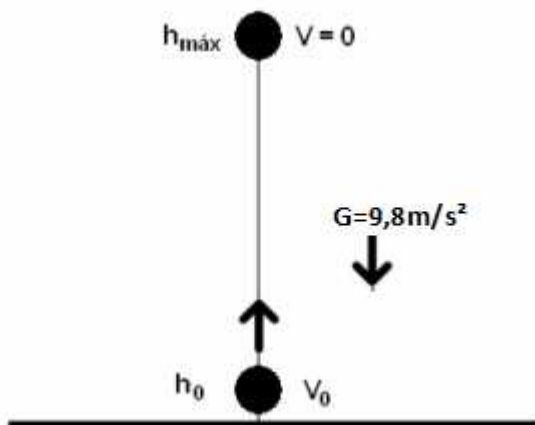
valor normal da aceleração da gravidade. No ensino médio, para facilitar os cálculos arredondamos esse valor para  $10\text{m/s}^2$ .

O movimento vertical pode ser dividido em dois momentos que podem ser estudados separadamente, o **lançamento vertical** e a **queda livre**.

## Lançamento vertical

Ao lançarmos um objeto de uma altura inicial  $h_0$  verticalmente para cima, desconsiderando seu movimento no eixo X (horizontal) e considerando somente o eixo Y (vertical), ele sairá com velocidade inicial  $v_0$  diferente de zero, irá subir com a gravidade agindo no sentido contrário de seu deslocamento, diminuindo sua velocidade, até atingir uma altura  $h$  na qual sua velocidade será nula. Esse ponto é chamado de altura máxima ( $h_{\text{máxima}}$ ). Esse movimento pode ser representado como mostrado na Figura 5:

Figura 4 – Descrição de um objeto em lançamento vertical



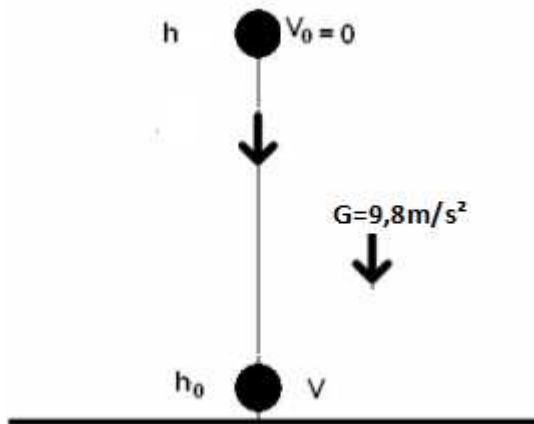
Fonte: autoria própria.

## Queda livre

Uma queda livre pode se iniciar de duas maneiras: quando um objeto lançado verticalmente para cima atinge a altura máxima e inverte o sentido de seu movimento, passando a cair livremente, ou quando é abandonado de certa altura (sem ser atirado para baixo). Um bom exemplo disso são os frutos que caem das árvores quando maduros, como a suposta maçã que caiu sobre a cabeça de Isac Newton.

Nesse caso, como o movimento se inicia na parte superior, temos a velocidade inicial  $v_0$  igual a zero, pois imediatamente antes de iniciar o movimento o objeto está em repouso, quando ele começa sua descida, a velocidade do mesmo aumenta com o tempo devido a ação da gravidade, que nesse caso está agindo no mesmo sentido do movimento, fazendo-o chegar ao solo com a máxima velocidade possível, conforme a Figura 6.

Figura 5 – Descrição de objetos em queda livre.



Fonte: autoria própria.

## Equações do movimento vertical

Lembrado que o movimento vertical é um caso particular de movimento uniformemente variado, cuja as equações já deduzimos:

$$v = v_0 + at \quad (7) \text{ Equação horária da velocidade}$$

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (8) \text{ Equação horária das posições}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \quad (9) \text{ Equação de Torricelli}$$

Para obtermos as equações do movimento vertical, basta então adequarmos as equações acima, substituindo as variáveis do espaço  $S$  e a aceleração  $a$ , pela altura  $h$  e pela gravidade  $g$ , respectivamente. Então temos:

$$v = v_0 + gt$$

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2g\Delta h$$

Essas são as três equações usadas para calcular os fenômenos de movimento vertical de objetos próximos a superfície terrestre. Note que nenhuma das equações fazem referência a dependência de massa durante os movimentos, sendo assim, podemos afirmar que durante o lançamento vertical, e a queda livre, a velocidade e o tempo de deslocamento, não dependem da massa do corpo. Então podemos abandonar uma pena e uma bola de chumbo de uma mesma altura e elas deverão chegar ao mesmo tempo no solo, mas sabemos que isso não ocorre, e a bola de chumbo chega primeiro. Devemos deixar claro aos alunos que para que isso ocorra, (a pena e a bola de chumbo chegar juntas ao solo) devemos ter uma situação ideal, como um ambiente de vácuo. Em um ambiente natural como a superfície terrestre, que contém ar, o que acontece é que o formato dos objetos interfere em seu tempo de deslocamento e velocidade durante o movimento vertical, devido a resistência com o ar, no caso em questão a bola de chumbo chega ante ao solo devido a força peso que quebra a resistência do ar com mais facilidade. Podemos

comprovar isso em sala de aula para os alunos com um pequeno experimento: pegue uma folha de papel e um livro ou caderno, largue ambos ao mesmo tempo, o livro ou caderno chegara antes no solo, em seguida pegue a folha e a amasse, deixando-a com formato aproximadamente redondo, e depois repita o procedimento, agora os dois chegarão junto no chão, talvez a bola de papel até um pouco antes, instigue seus alunos a discussão, indague por exemplo se em algum momento a massa da folha de papel foi alterada.

Outra coisa a ser esclarecida é que, quando lançado algo verticalmente para o alto com velocidade inicial diferente de zero, ela irá subir e retornar ao ponto de lançamento com a mesma velocidade com que foi lançada, e o tempo de subida durante o lançamento vertical, será o mesmo durante a queda livre, quando inverter o sentido do movimento.

## METODOLOGIA E AVALIAÇÃO

---

Neste capítulo apresenta-se a metodologia de como abordar e trabalhar a avaliação deste trabalho.

### APRESENTAÇÃO

Nesta dissertação é apresentada mais uma alternativa de material potencialmente significativo para auxílio das aulas de Física: a sequência didática com o uso do Tracker. Ela foi desenvolvida para auxiliar nas aulas de Física do 1º ano do ensino médio, nos conteúdos que se referem aos estudos dos movimentos. O *software* pode fazer análises de movimentos de qualquer objeto, através de vídeos, desde de que conheçamos algum dispositivo ao fundo do vídeo que sirva como referência, a partir daí o programa constrói rapidamente gráficos e tabelas com informações como posição, velocidade, aceleração e etc., conforme Manual deste **APÊNDICE**. Como o estudo dos movimentos é muito amplo não temos como abordar todo ele neste trabalho, portanto, escolhemos para apresentar aqui o estudo do movimento vertical.

Observaremos e analisaremos o aprendizado dos alunos sobre três aspectos: 1) compreensão da parte conceitual do fenômeno movimento vertical e da gravidade como uma aceleração; 2) entendimento da parte experimental, buscando identificar se os alunos compreenderam melhor o fenômeno com o uso do *software*; 3) avanços no uso do formalismo matemático do assunto.

O trabalho foi desenvolvido em 7 etapas as quais serão detalhadas posteriormente. Algumas dessas etapas poderão ultrapassar o tempo de uma aula que normalmente costuma ser de uma hora. Para fazer inferência e verificar os resultados dos dados que foram coletados não foi utilizado a comparação entre turmas, mas, verificado a evolução dos resultados perante a própria turma.

## DESCRIÇÃO DAS AULAS.

Nesta seção serão apresentados os momentos organizados de forma a termos contato direto com os alunos, construindo e verificando suas bases de aprendizados, inserindo o Tracker, e coletando dados, que serão analisados e discutidos posteriormente no trabalho.

Antes de dar prosseguimentos salientamos que nas etapas 1, 2 e 3 o trabalho é feito convencionalmente, sem o emprego da metodologia desenvolvida com o software e nem a aplicação de teoria da aprendizagem significativa.

**1º Etapa:** Apresentação do movimento vertical e suas equações.

**Objetivo:** apresentar o movimento vertical e suas equações, demonstrar que no movimento vertical, no lançamento vertical e na queda livre, a velocidade e o tempo de deslocamento do objeto não dependem de sua massa.

Apresentamos o movimento vertical com toda a parte conceitual e suas equações, que são as mesmas do MRUV fazendo-se as adequações necessárias nas variáveis de posição e aceleração em que passamos a usar **h** e **g** para representar altura e gravidade respectivamente.

Feito isso, chamamos a atenção dos alunos para a ausência da massa como uma variável que influencie a velocidade e o tempo de deslocamento do móvel durante a subida e a descida no movimento vertical, normalmente, eles não percebem isso. Em seguida perguntamos aos alunos se eles acreditam nisso, chamando-os para uma discussão a respeito desse fato. Isso geralmente gera um bom debate com os alunos, boa parte deles não acredita ou apenas aceita este fato porque o professor está falando. Para provar o que afirmamos fazemos a experiência de largar ao mesmo tempo um livro e uma folha aberta e logo após o livro e a folha amassada provando que a massa não influencia na queda, novamente os chamamos para discussão sobre a experiência, e explicamos que o que influencia o tempo de queda e a

velocidade da folha é a resistência que o ar oferece ao movimento e não a massa da folha.

### **2º Etapa**, resolução de exercícios no quadro e extraclasse

**Objetivo:** ensinar os alunos a identificar as constantes nos problemas de movimento vertical e utilizar as equações.

Essa etapa fica a critério do professor, de como você procederá, e como você acha melhor trabalhar. Nesse trabalho as aulas foram ministradas em sala de aula com o uso do quadro branco respondendo exercícios e atividade extraclasse. Isso ajudará os alunos a identificar as constantes que existem implícitas nos exercícios, como a gravidade que muda somente o sinal positivo e negativo dependendo do sentido do movimento, da velocidade final em lançamento vertical, e da velocidade inicial em uma queda livre. Servirá também como treinamento para que eles absorvam o formalismo matemático do movimento vertical, pois nosso ensino de Física e vestibulares o exigem.

### **3º Etapa**, 1º prova

**Objetivo:** coletar dados para verificar se os alunos reterão o conhecimento após as aulas.

Nessa etapa foi aplicada uma prova (PROVA I DESTE APÊNDICE) para verificar o que os alunos conseguiram reter da parte conceitual do movimento vertical, se conseguem visualizar e analisar corretamente um fenômeno relacionado ao assunto e se conseguem usar o formalismo matemático adequado. A prova servirá ainda para estabelecer um “ponto de controle” da base conhecimentos dos alunos para podermos fazer inferências em relação a sua evolução após o uso do Tracker.

Na quarta etapa em diante foi aplicada nossa metodologia proposta nessa dissertação, de maneira que, a partir dessas etapas, possamos satisfazer as condições para aprendizagem significativa, uma vez que foi trabalhado experimentação, e softwares computacionais, esperamos com isso despertar interesse dos alunos para que eles possam dar significados as aulas. E se a aprendizagem foi significativa, esperasse que eles carreguem esse

aprendizado para seu cotidiano, e observem melhor e de maneira mais clara o mundo a sua volta, quando se depararem com situações de movimento vertical, fazendo uso da assimilação obliteradora.

**4ª Etapa**, apresentação do Tracker.

**Objetivo:** Apresentar, explicar a finalidade e ensinar os alunos a usar o Tracker.

Com o auxílio de um datashow, apresentamos o Tracker conforme manual de uso no **APÊNDICE**, explicando para que serve e como usá-lo. Com um vídeo, previamente feito de um objeto em movimento vertical, demonstramos passo a passo como fazer uso do *software* para análise de movimentos. Aqui já podemos ir chamando a atenção dos alunos para a variação de velocidade que ocorre no movimento, como o Tracker separa e apresenta o vídeo em quadros com mesmo intervalo de tempo, a distância percorrida entre os quadros vai diminuindo ou aumentando, de acordo com o movimento, o que torna evidente a gravidade agindo sobre o corpo.

**5ª Etapa**, aulas experimentais para filmagens e posteriores análises com o Tracker.

**Objetivo:** fazer com que os alunos produzam vídeos para análise com o Tracker.

Essa etapa serve para os alunos façam experimentos de queda livre e lançamento vertical, que foram filmados e, posteriormente, analisados com o Tracker. Aqui é importante que os próprios alunos produzam os vídeos para que eles participem ativamente e possam se interessar mais pelas aulas.

Para o experimento de queda livre usamos uma bolinha de ping-pong, que foi abandonada a uma altura de dois metros do solo. Como a bolinha é bem leve, fizemos um furo e a enchemos de cola quente para diminuir os efeitos do atrito com o ar, também a pintamos de preto para dar um contraste maior no vídeo.

Para o experimento de lançamento vertical, construímos uma espécie



de lançador para arremessar a mesma bolinha, o lançador consiste em uma mola e um tubo de pvc ambos presos em uma base de madeira, onde a mola é comprimida e presa. Depois disso é colocada a bolinha e então a mola é liberada lançando a bolinha para o alto, verticalmente.

Ambos os experimentos foram feitos usando o quadro branco como plano de fundo e medimos uma altura de dois metros para servir de referência para o software. As filmagens podem ser feitas com um celular desde de que a sua câmera tenha uma boa resolução, porém, para os experimentos em questão foi utilizada uma câmera Samsung modelo PL170.

**6º Etapa**, usando o Tracker.

**Objetivo:** fazer análise experimental dos vídeos produzidos pelos alunos.

Nessa etapa são feitas as análises experimentais dos vídeos produzidos pelos alunos, sendo possíveis duas abordagens: A primeira, considerada mais ideal, seria, com o auxílio do professor, fazer uso do Tracker em um laboratório previamente preparado para que todos os alunos façam uso e assim teríamos a participação efetiva e ativa da maioria dos alunos; A segundo, caso não tenha acesso ou não seja possível utilizar o laboratório, seria fazer as análises em sala de aula com o auxílio de um data show, mas isso limitaria a participação ativa dos alunos. Uma estratégia para diminuir essa limitação seria os alunos fazerem as análises revezando entre eles, enquanto os outros observam, com a supervisão e auxílio do professor.

**7º Etapa**, 2º prova.

**Objetivo:** Coletar dados para verificar a influência do Tracker no desempenho dos alunos.

Na última etapa foi aplicada uma prova (PROVA II DO APÊNDICE) para coletar dados e verificar a eficiência do trabalho no desempenho dos alunos, a dificuldade da prova era semelhante à da primeira. Como na primeira prova, será observado o desempenho nos mesmos três aspectos.

A prova foi aplicada em um dia posterior às análises feitas pelos os

alunos e não foi permitida a utilização do Tracker para responder as questões. A ideia é verificar até que ponto os alunos retêm os conhecimentos adquiridos em sala, quando se utiliza o Tracker.

# MANUAL DE INSTAÇÃO E UTILIZAÇÃO DO TRACKER

---

O Tracker é um software livre, desenvolvido pela *Open Source Physics* (OSP), e é um excelente recurso para análise de movimentos feita através de vídeos, e pode contribuir significativamente para o estudo da cinemática no primeiro ano do ensino médio.

Um vídeo é uma sequência de imagens denominadas frames. O que o Tracker faz é separar e apresentar um frame por vez. A partir daí é possível destacar aspectos mais relevantes de um fenômeno, como, por exemplo, a posição e o tempo de um objeto a cada frame. Feito isso, o software constrói rapidamente gráficos e tabelas com as variáveis escolhidas pelo operador.

Quanto mais moderno for o equipamento de filmagem mais fps (frames por segundo) você conseguirá. Uma câmera fotográfica digital produz normalmente vídeos de cerca de 30 fps, já câmeras especiais de alta resolução chegam a produzir mais de 10.000 fps.

O Tracker funciona em plataforma Java. Se você não tem o Java instalado em seu computador instale-o utilizando o link abaixo. Se você já tem o Java instalado no seu computador e quando instalar o Tracker não conseguir carregar os vídeos, deverá se certificar se instalou a versão correta para o seu sistema operacional.

**[http://www.java.com/pt BR/download/](http://www.java.com/pt_BR/download/)**

Para instalar o Tracker acesse o link abaixo. Lembre-se de verificar qual a versão adequada para o sistema operacional de seu computador e baixe-o, depois é só instalar e utilizar o software.

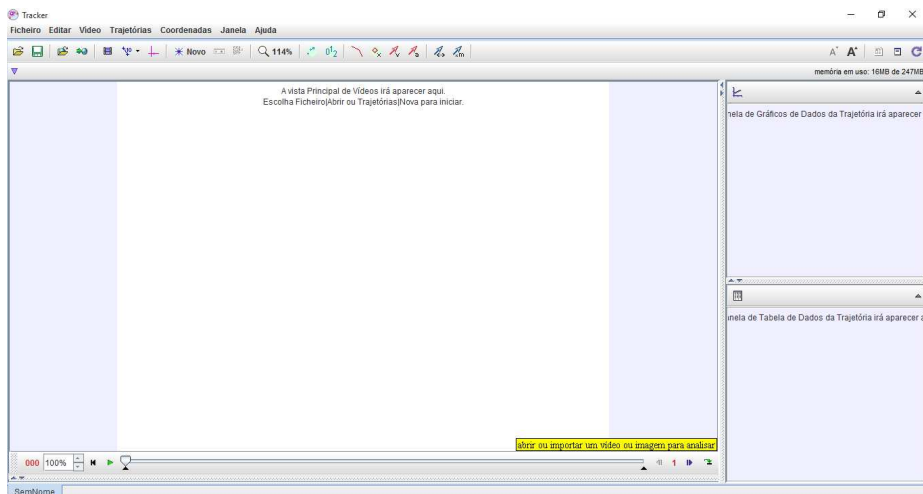
**<http://physlets.org/Tracker/>**

## UTILIZANDO O TRACKER

Quando abrir o programa ele aparecerá dessa maneira, conforme a

figura 35 abaixo. Na janela maior, no meio, será onde os vídeos serão carregados. No lado direito aparecem dois quadros menores: no quadro superior serão apresentados os gráficos gerados pelo programa, e no quadro inferior o Tracker mostrará os dados colhidos, como posição, velocidade, tempo e etc.

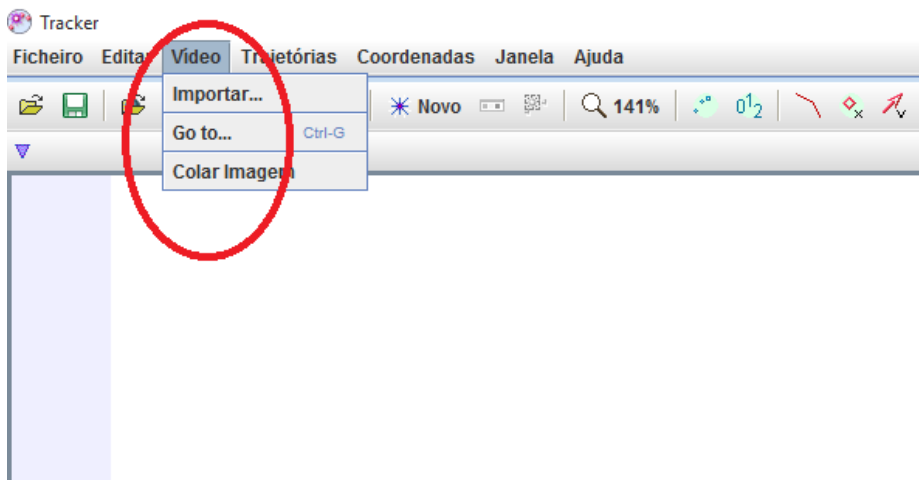
Figura 6: Apresentação inicial quando abrimos o software



Fonte: Autoria própria

Para carregar o vídeo que será analisado basta ir até a barra de ferramentas, localizada na parte superior, e clicar em **vídeo**, depois em **importar**, conforme figura 36. Localize o vídeo que você deseja fazer a análise e importe-o. Pode ser que apareça alguma mensagem informando sobre a variação de duração dos quadros (frames), neste caso, pode clicar no botão **aceitar**.

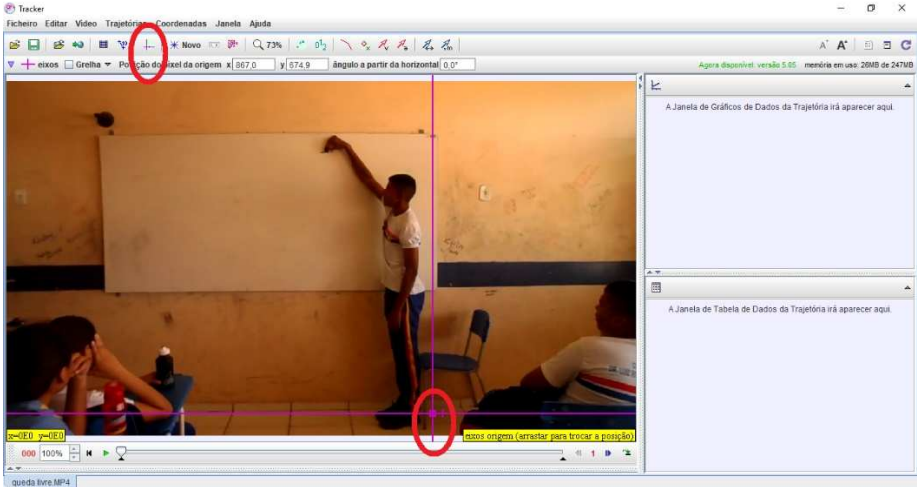
Figura 7: Como carregar um vídeo.



Fonte: Autoria própria

Depois de carregado o vídeo é preciso que se faça o ajuste das coordenadas. Para isso, click no botão **mostrar ou ocultar os eixos de coordenadas** conforme mostrado no círculo vermelho na parte superior da imagem na figura 37, o sistema de coordenadas aparecerá. Então click na origem dos eixos (conforme círculo inferior) e arraste-o para onde deseja que fique melhor convencionado. Isso deverá ser feito para que o movimento analisado fique em apenas um quadrante do sistema de coordenadas, de preferência no primeiro quadrante, e evitará que apareça posições negativas em nossos dados.

Figura 8: Colocando as coordenadas.

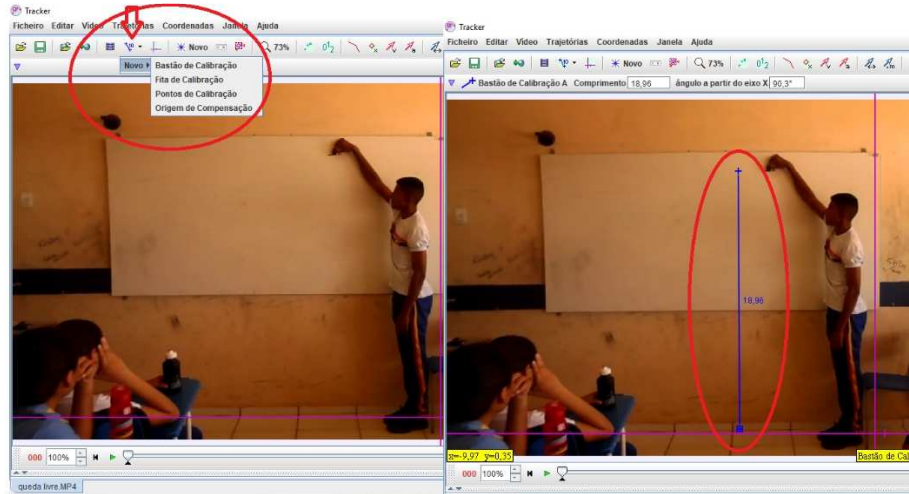


Fonte: Autoria própria

Em seguida temos que dar um referencial ao programa. No fundo do vídeo temos que conhecer as medidas de algum objeto ou qualquer elemento para que o vídeo o tenha como referencial. Por exemplo, no vídeo que estamos utilizando foi medida a altura de onde está sendo largado o objeto que terá seu movimento analisado.

Click no botão indicado na figura 38 abaixo do lado esquerdo e, em seguida, vá em **Novo**. Depois escolha as opções **Bastão de Calibração** ou **Fita de Calibração**. Aparecerá uma linha ou barra em azul, ilustrada na figura do lado direito, ajuste-a para posição desejada conforme precise, e indique sua medida em metros.

Figura 9: inserir bastão de calibração



Fonte: Autoria própria

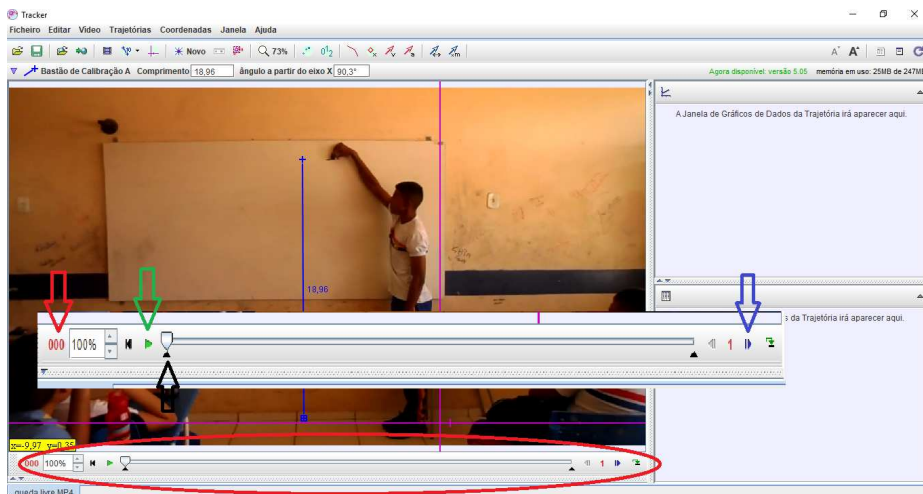
Para fazer a análise do movimento no vídeo, precisaremos identificar em que quadros (frames) do vídeo o movimento inicia e quando termina, para que possamos delimitar a análise ao que nos interessa no vídeo, ou seja, somente a parte em que ocorre o movimento do objeto a ser estudado.

Observe a seguir a barra circulada de vermelho na parte inferior da figura 39 e ampliada no meio da figura. A seta vermelha indica em que quadro (frame) o vídeo está, se dermos “play” no botão indicado pela seta verde veremos que o vídeo irá passar em câmera lenta e à medida em que ele vá passando veremos a contagem de frames no local indicado pela seta vermelha. Também podemos arrastar o cursor indicado pela seta preta e deixá-lo em qualquer quadro (frame) do vídeo. Se preferir, para ajudar a achar exatamente o quadro (frame) em que o movimento se inicia, podemos passar o vídeo quadro a quadro clicando no botão indicado pela seta azul.

Geralmente, dos vídeos produzidos utiliza-se apenas uma pequena parte onde realmente acontece o movimento. Para ajudar a identificar mais

rapidamente em que quadros (frames) o vídeo inicia e termina, sugiro dar “play” uma vez ou mais, ver, mais ou menos, onde iniciará o movimento, puxar o cursor pela seta preta e deixa-lo um pouco antes do início do movimento, e, a partir daí, passar quadro a quadro através do botão indicado pela seta azul. Assim podemos identificar exatamente em que quadro (frame) o objeto iniciará e terminará o seu movimento.

Figura 10: barra de frames (sequência de imagens)



Fonte: Autoria própria

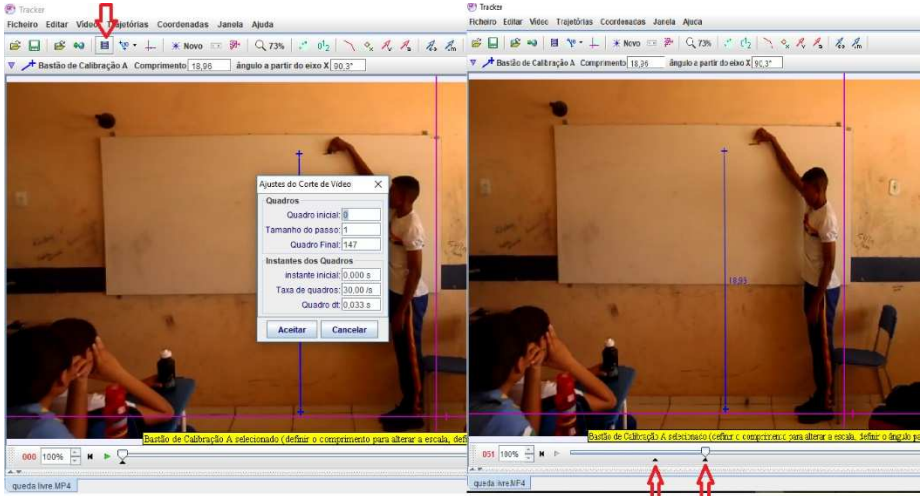
Identificado os quadros (frames) inicial e final que queremos que seja analisado temos que informar isso ao programa. Click no botão **Ajustes de Cortes de Vídeo**, conforme seta indicando no lado esquerdo da figura 40, aparecerá uma pequena tabela no centro vídeo, insira os números dos quadros inicial e final que você identificou e que fazer a análise, em seguida click em aceitar.

Feito isso, veremos que aparecerá na barra de rolagem do vídeo dois marcadores conforme setas indicativas no lado direito da figura 40. Esses marcadores são exatamente os nossos delimitadores do vídeo, ou



seja, o que nos interessa é somente aquele pequeno intervalo entre os dois pontos marcados.

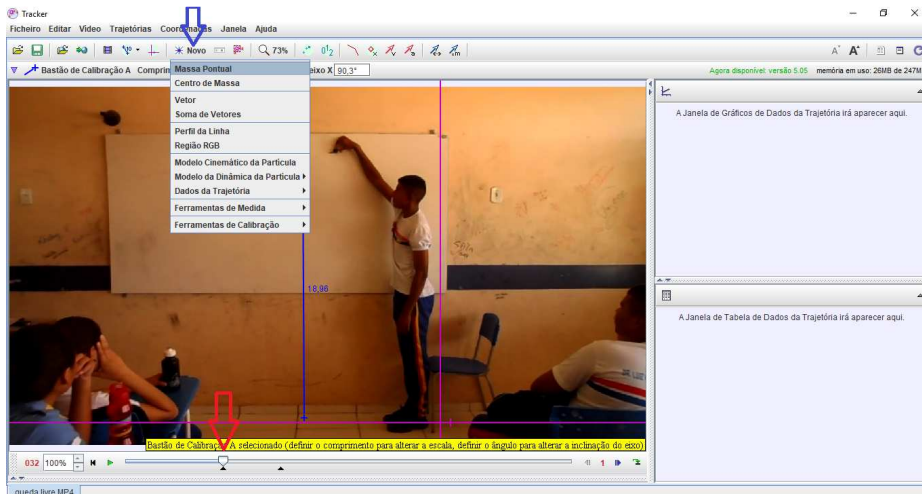
Figura 11: Ajuste de corte do vídeo (separar o que interessa no vídeo)



Fonte: Autoria própria

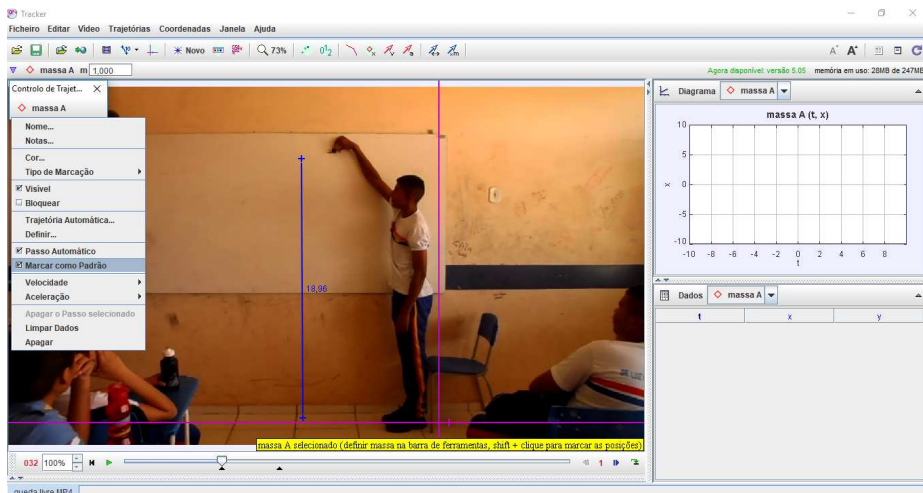
Agora vamos marcar os pontos da trajetória do objeto a ser estudado. Certifique-se que o vídeo esteja no começo do movimento indicado com a seta vermelha na figura 41 abaixo. Agora click no botão \* **Novo** apontado pela seta azul e selecione a opção **Massa Pontual**.

Figura 12: Indicar a massa para marcar sua trajetória.



Aparecerá uma pequena janela no canto superior esquerdo do vídeo escrito (Controle de Trajetória **Massa A**), click em cima de **Massa A** e em seguida marque a opção **Marcar Como Padrão** (Figura 42). Depois que fizer isso o ponteiro cursor do mouse ficara em um formato quadrado, posicione bem centralizado o quadrado em cima da massa do objeto e click apenas uma vez. Você percebera que o programa pulará um quadro, repita o mesmo procedimento de marcação para todos os quadros até o final do quadro que você delimitou no vídeo. Conforme for marcando os pontos na trajetória do objeto você verá que o programa irá construindo automaticamente os gráficos e apresentado os valores obtidos em cada ponto marcado.

Figura 13: Como marcar a trajetória da massa.

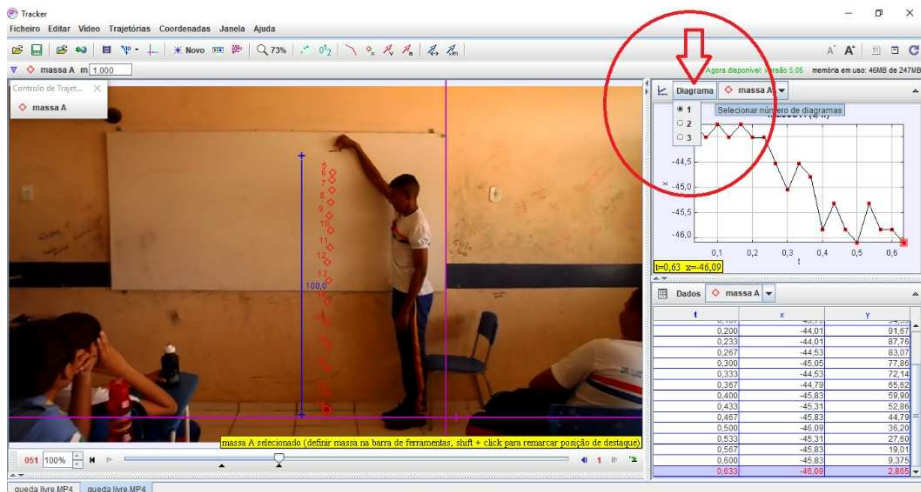


Fonte: Autoria própria

Depois de marcar todos os pontos na trajetória do objeto, o programa apresentará do lado direito os gráficos e dados obtidos. Aparecerá um gráfico da posição  $x$  em função do tempo, e uma tabela com os dados de tempo, posição  $x$  e posição  $y$ . É possível ajustar os gráficos e tabelas para que fiquem de acordo com que precisamos.

No caso do vídeo que estamos tratando no exemplo o que nos interessa são posição no eixo  $y$ , velocidade e tempo de queda, então vamos lá. A primeira coisa que precisamos saber é que o programa pode apresentar até três gráficos simultâneos, nesse caso vamos exibir dois. Click no botão **Diagrama** indicado na seta da figura 43 abaixo, aparecerá as opções 1, 2 e 3, são as quantidades de gráficos que podem ser exibidos, nesse caso vamos trabalhar com dois.

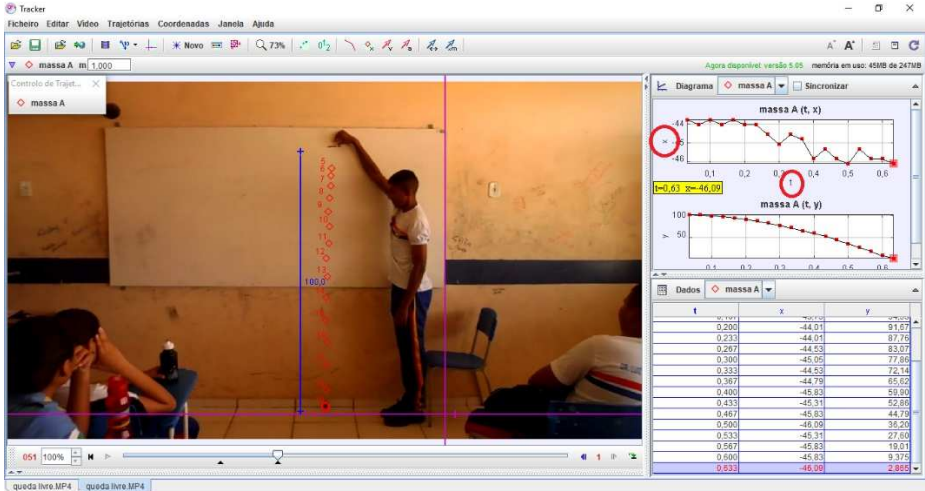
Figura 14: Quantidade de gráficos a ser exibidos.



Fonte: Autoria própria

Agora apareceram dois gráficos, o de cima é o mesmo que o programa já estava mostrando posição  $x$  em função do  $t$ , e o segundo gráfico é a posição no eixo  $y$  em função do tempo, que é o que queremos. O outro não nos interessa, por isso vamos alterá-lo. Para alterar qualquer um dos gráficos basta clicar em cima da componente que desejamos alterar, conforme circulado de vermelho na figura 44 abaixo.

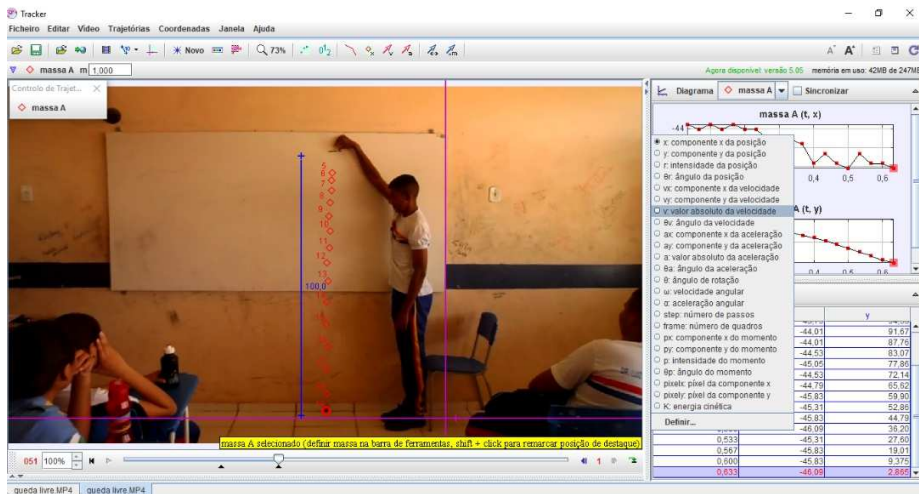
Figura 15: Escolhendo as componentes dos gráficos.



Fonte: Autoria própria

Nesse caso, o gráfico que queremos é o da velocidade em função do tempo, ao clicar na componente que desejamos alterar vai aparecer uma lista de variáveis que pode ser escolhido para compor o gráfico, escolha o que precisa e pronto. Isso pode ser feito para qualquer gráfico e componente que deseje alterar.

Figura 16: lista de componentes dos gráficos



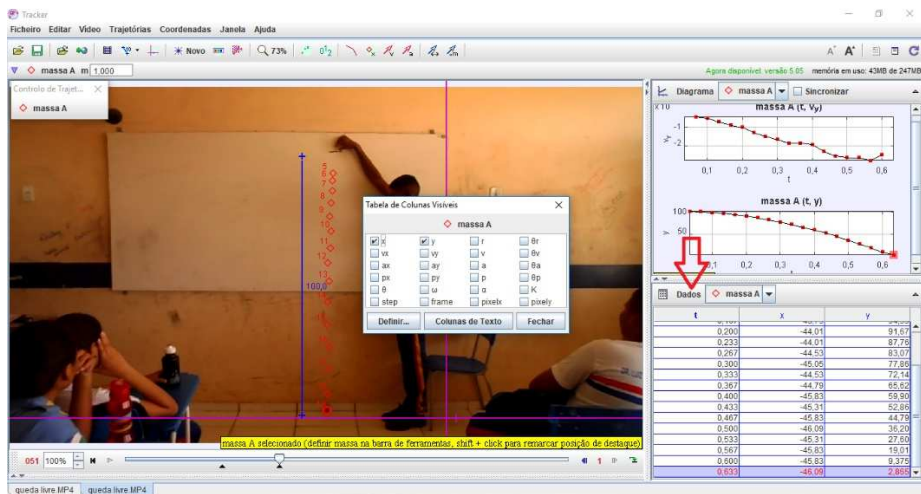
Fonte: Autoria própria

Veja na figura 46 abaixo que agora os gráficos já estão com as componentes que precisamos.

Agora vamos alterar os dados expostos na tabela da parte de baixo, veja que ele apresenta tempo, posição no eixo x e posição no eixo y, mas, nesse caso, não nos interessa a posição no eixo x. Para mudar, basta clicar no botão **Dados** que irar aparecer no centro da tela uma tabelinha com todos os dados que podemos inserir ou remover conforme figura 46. Nesse caso vamos precisar apresentar apenas tempo velocidade e posição no eixo y.

Pronto! Agora é só desfrutar das possibilidades que o programa oferece. Você poderá fazer análise de diversos movimentos, vai depender da criatividade do usuário em desenvolver experimentos e vídeos para alimenta-

Figura 17: tabela de dados a ser apresentados.



Fonte: Autoria própria

## PROBLEMAS QUE PODEM OCORRER

Quando produzir os vídeos, busque fazer filmagens com câmeras com a melhor resolução possível para evitar distorções nas imagens, isso pode causar problemas na hora de marcar os pontos da trajetória do móvel.

Procure usar objetos que contrastem com o ambiente de fundo, assim será mais fácil de visualiza-los nas filmagens. Se o fundo de filmagem for claro procure usar objetos escuros.

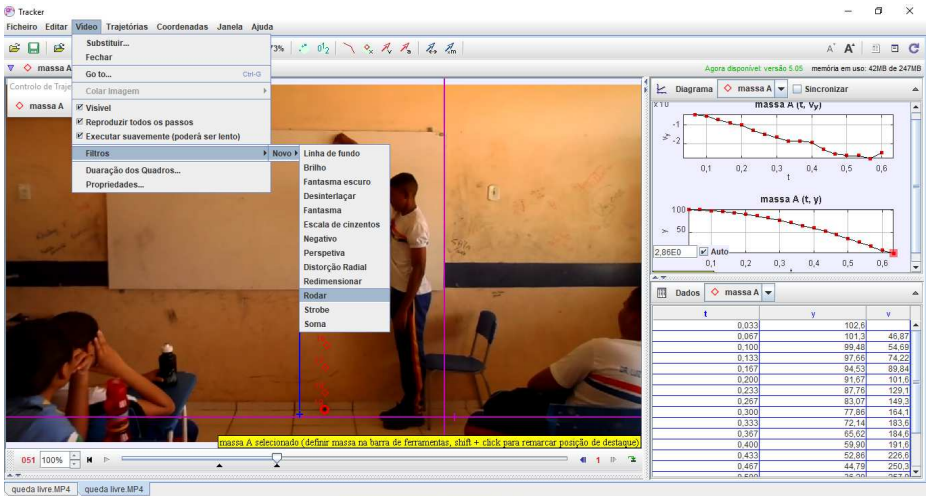
Para evitar erros de marcação, quando for marcar a trajetória do objeto, se você estiver utilizando um notebook não use o mouse touchpad, procure usar um mouse externo, desses que se conecta com o USB, isso dará mais precisão.

Outro problema que pode ocorrer é na hora que você importar o vídeo ele carregar deitado, na posição horizontal. Isso ocorre quando a filmagem é feita com o celular ou câmera na posição vertical, procure filmar sempre com o equipamento na horizontal, seja ele qual for. Caso o vídeo já

esteja pronto, ou você esquecer de fazer o registro na posição horizontal, é possível girar o vídeo para que ele fique na posição correta.

Para corrigir isso, click em **Vídeo**, vá em **Filtros**, depois em **Novo** e em seguida **Rodar**, conforme a figura 47 abaixo.

Figura 18: Como rodar a posição de apresentação do vídeo.



Fonte: Autoria própria



1. Ao abandonarmos um objeto qualquer próximo à superfície da Terra, podemos dizer que o corpo cairá em que tipo de movimento:
- a) ( ) Retrógrado
  - b) ( ) M.R.U.V. acelerado
  - c) ( ) M.R.U.V. retardado.
  - d) ( ) Não há como determinar qual tipo de movimento
2. Uma bolinha é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial maior que zero. Descreva seu movimento desde o lançamento até a queda de volta no ponto de lançamento, conforme perguntas abaixo:
- a) A velocidade dela varia, ou permanece a mesma durante todo movimento de subida e descida?
  - b) Onde a bolinha terá maior velocidade?
  - c) Onde a velocidade será menor?
  - d) O que acontece com sua velocidade quando ela atinge a altura máxima?
3. Por que a queda livre é considerada um movimento retilíneo uniformemente variado?
4. O movimento de um corpo pode ser representado de várias formas, cite algumas dessas formas.
5. Um objeto é abandonado a 122 m de altura do solo. Considerando a gravidade como  $9,8m/s^2$ , calcule:
- a) Em quanto tempo ele chega ao solo?
  - b) Qual a velocidade que ele chega ao solo?
  - c) Qual será sua altura 2,5s após ter sido abandonado?

- 6.** Uma pessoa joga uma bolinha para cima a partir do solo. Desprezando a resistência do ar e considerando a gravidade como  $9,8\text{m/s}^2$ , responda:
- a) Com que velocidade ela deve ser jogada para que chegue a uma altura de 10m?
  - b) Quanto tempo ela leva para chegar a altura de 10m?
  - c) Qual é sua velocidade quando ela retorna ao ponto de lançamento?
  - d) Quanto tempo ela leva para subir ao ponto mais alto e retornar ao ponto de lançamento?

### Na queda livre

1. Há alguma variação de velocidade durante a queda da bolinha?

( ) sim

( ) Não

2. Onde a bolinha tem a maior velocidade?

( ) no ponto mais alto, onde a bola é abandonada.

( ) no ponto mais baixo, quando a bola chega ao solo.

( ) no meio do percurso.

( ) não há variação de velocidade.

3. Onde a bolinha tem sua menor velocidade?

( ) no ponto mais alto, onde a bola é abandonada.

( ) no ponto mais baixo, quando a bola chega ao solo.

( ) no meio do percurso.

( ) não há variação de velocidade.

### Em um lançamento vertical.

4. Há alguma variação de velocidade durante a subida e a queda da bolinha?

( ) sim

( ) Não

5. Onde a bolinha tem a maior velocidade?

- ( ) no ponto mais alto, onde a bolinha chega.
- ( ) no ponto mais baixo quando retorna ao ponto de lançamento.
- ( ) no meio do percurso.
- ( ) no ponto mais baixo quando a bola é lançada
- ( ) no ponto mais baixo, tanto quando é lançada, como quando ela retorna.
- ( ) não há variação de velocidade.

**6.** Ao abandonarmos um objeto a uma altura de 2 metros da superfície do solo. Considerando a gravidade como  $9,8\text{m/s}^2$ , responda:

- a) Em quanto tempo ele chega ao solo?
- b) Com que velocidade ele atinge o solo?

**7.** Onde a bolinha tem sua menor velocidade?

- ( ) no ponto mais alto, onde a bolinha chega.
- ( ) no ponto mais baixo quando volta ao ponto de lançamento.
- ( ) no meio do percurso.
- ( ) no ponto mais baixo quando a bola é lançada
- ( ) no ponto mais baixo, tanto quando é lançada, como quando ela retorna.
- ( ) não há variação de velocidade.

**8.** Se a velocidade da bolinha esta variando, o que faz a velocidade dela variar?

**9.** Se abandonarmos um objeto a 20m da superfície da Terra ele levará cerca de 2s para chegar ao solo. Faça um esboço da provável posição do objeto após 1s dele ter sido abandonado.

**10.** Se atirmos um objeto para o alto com uma velocidade de 60m/s, considere a gravidade sendo 9,8m/s<sup>2</sup>, calcule:

- a) Qual a altura máxima que o objeto conseguira alcançar?
- b) Quanto tempo ele levará para chegar na altura máxima?
- c) Qual a velocidade com que ele retorna ao ponto de lançamento?
- d) Em quanto tempo ele retorna ao ponto de lançamento?

**11.** O que você achou do programa (Tracker)? Ajudou você a observar e compreender melhor o fenômeno físico estudado?

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

BARRETO, Benigno; XAVIER, Claudio. **FÍSICA Aula por Aula: Mecânica** 1º Ano. 2ª edição. São Paulo: FTD, 2013. 304 páginas.

BONJORNO, J. R. et al. **Física: Mecânica**, 1º Ano. 2ª edição. São Paulo: FTD, 2013. Paginação irregular.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**: volume 1. 7ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 206. 356 páginas.

YAMAMOTO, Kazuhito; FUKU, Luiz Felipe. **Física para o ensino médio; Mecânica**, Volume 1. 1ª edição. São Paulo: Editora Saraiva, 2010. 384 páginas.